אלגברה לינארית

אלגברה לינארית היא שיטה לפתרון משוואות לינאריות - למשל 3x+5y=10

השיטה הזאת נפוצה ושימושית בכל תחומי המתמטיקה

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\*פרק 0\*מספרים\*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

מספרים שלמים: N 1,2,... מוגדר ע"י אקסיומות של Peano

מספרים שלמים: Z - ...-2,-1,0,1,2... לכל מספר קיים נגדי a+-a=0

לכל a,bεZ מתקיים a+bεZ,a\*bεZ

מספרים רציונלים: Q (b≠0), a,bεZ => a/b=a\*b^-1εQ,a\*a^-1=1 עבוד a≠0

אלגברה לינארית עבור מספרים רציונלים - זה חייב להיות שדה

שדה

הגדרה: קבוצה F עם שתי פעולות +,\*(+:FxF→F,\*:FxF→F) שמקיימות אקסיומות:

1) קומוטטיבי(חוק החילוף): a+b=b+a,a\*b=b\*a לכל a,bε

2) אסוציאטיביות(חוק הקיבוץ): a+(b+c)=(a+b)+c,a\*(b\*c)=(a\*b)\*c לכל a,b,cεF

3) קיים איבר מיוחד 0F(איבר הניטראלי ביחס ל+) כך שa+0F=a לכל aεF

4) לכל aεF קיים איבר נגדי (-a)εF כך שa+(-a)=0F

5) קיים 0F≠1F(איבר הניטראלי ביחס ל\*) כך שa\*1F=a לכל aεF

6 )לכל 0≠aεF קיים איבר הופכי a^-1εF כך שa\*a^-1=1F

7)דיסטריביטיביות(חוק הפילוג) a\*(b+c)=(a\*b)+(a\*c)

כל קבוצה המקיימת את 7 האקסיומות האלה נקרא שדה

תרגיל:

1) להוכיח 0F\*a=0F לכל aεF

2) להוכיח ש0F,1F הם יחידים

2) להוכיח ש-a,a^-q הם יחידים לכל a

דוגמאות של שדות:

|Q - מספרים רציונליים

|Q|cR

|R - מספרים ממשיים - מוגדר ע"י גבול, לא אלגברי.

|Rc|C

|C - מספרים מרוכבים

|C:={x+iy|x,yεR}

הגדרת פעולות למספרים מרוכבים

(x1,y1)+(x2,y2):=(x1+x2,y1+y2)

(x1,y1)\*(x2,y2):=(x1x2-y1y2,x1y2+y1x2)

נבדוק את האקסיומות

האקסיומה הבעייתית היא החילוק. נסתכל על ערך מוחלט

ערך מוחלט הוא מספר ממשי. ממשיים הם תת קבוצה בתוך ממשייםRcC - x→(x,0)

(x,y)(x,-y)=(x²+y²,0): (x,y)(x,-y)=(x\*x-y\*(-y),x\*-y+x\*y)=(x²+y²,0)

לכן אפשר לקבוע

(x,y)\*(x/(X²+y²),-y/(X²+y²))=0